

# Optimisation de l'identification des cycles de Milankovitch à partir d'analyses spectrales de type Fourier

### Monna, F. ARTéHIS, UMR 5594 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France

Dagois, A. ARTéHIS, UMR 5594 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France

Jébrane, A. IMB, UMR 5584 CNRS Université de Bourgogne,

### Introduction

Depuis les travaux de Hays et al., (1976), les sédimentologues utilisent la cyclostratigraphie afin d'estimer les durées minimales des séries sédimentaires (Fig. 1). Classiquement, un proxy supposé gouverné par le climat est mesuré (cf. Fig. 2), puis traité par méthode de type Fourier. Les pics significatifs sont ensuite attribués aux périodes orbitales théoriques, permettant ainsi le calcul d'une durée. L'ajustement entre les périodes sédimentaires identifiées et les périodes orbitales théoriques s'effectue le plus souvent via la méthode dite des rapports de fréquences ou frequency ratios. Cette approche souffre d'une relative subjectivité compte tenu de l'absence de quantification de la qualité de l'ajustement retenu et de l'étendue des possibilités. Il est alors impossible de juger dans quelle mesure la solution proposée surpasse les autres, et encore moins d'évaluer en quoi une erreur d'attribution affecterait la durée de la série sédimentaire.

Ici, nous proposons un jeu de fonctions programmées sous le logiciel libre R qui pallie ces faiblesses.





## 1. Préparation des données

Dans l'exemple ci-dessous, tiré de Martinez *et al*. (soumis), la susceptibilité magnétique et la teneur en CaCO<sub>3</sub> ont été choisis comme proxies. Le traitement par  $2\pi$ - MTM fournit le spectre reporté sur la Fig. 3. Les limites de significativité sont obtenues par calcul en considérant un bruit autorégressif du premier ordre, AR(1), plus communément appelé bruit rouge. Ce type de procédure est classique en cyclostratigraphie. Il est toutefois important de noter que les choix opérés par le cyclostratigraphe jusqu'à l'obtention des périodes considérées comme significatives n'entrent pas dans le cadre de la présente étude. lci, seules 3 bandes de périodes ont été retenues: 0.54-0.73 m, 1.02 m et 2.73-3.41 m et vont nous servir d'exemple pour la suite.



UFR Sciences et techniques F-21000 Dijon, France

## Martinez, M.

Biogéosciences, UMR 5561 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France

### Pellenard, P.

Biogéosciences, UMR 5561 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France

### Laffont, R.

Biogéosciences, UMR 5561 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France

### Deconinck, J.-F.

Biogéosciences, UMR 5561 CNRS Université de Bourgogne, UFR SVTE F-21000 Dijon, France



Fig. 2: Mesure d'un proxy à des fins de cyclostratigraphie, ici la radioactivité naturelle gamma.

# Faraoni

Fig. 3: (A) Susceptibilité magnétique et teneur en CaCO<sub>3</sub> au passage Hauterivien / Baremien de Rio Argos, Espagne. A gauche les zones d'ammonites, les bancs calcaires sont indiqués en blanc, tandis que les marnes sont en gris. (B) Spectre pour la susceptibilité magnétique en utilisant une procédure  $2\pi$ -MTM.

# 2. Méthode des rapports

L'exemple étudié se situe à la limite Hauterivien / Barremien. Les périodes identifiées doivent être comparées aux périodes théoriques calculées par les astronomes pour cette époque. On aboutit donc aux deux matrices suivantes:

Vecteur des périodes observées (en m) > mesu [1] 3.055 1.020 0.635

Matrice des périodes théoriques en ka (voir Laskar *et al.*, 2004 pour les détails) > theo [,1] [,2] "e1" "e2" "o2" "01" [2,] "405" "124.1" "95" "46.3" "36.6" "27" "21.7" "18.1"

Il y a C(p,n) combinaisons possibles de choisir p pics parmi n possibilités (en conservant l'ordre d'apparition). Ici, les 56 matrices - correspondant à C(3,8) - de rapports sont calculées et sont comparées à la matrice des pics mesurés en considérant la partie triangulaire supérieure ou inférieure au choix de l'utilisateur (voir ci-dessous).

#### > ratiomes [,2] [,1] [,3] [1,] 1.000000 2.995098 4.811024 0.3338789 1.000000 1.606299 [2,] [3,] 0.2078560 0.622549 1.000000

## 3. Méthode du taux de sédimentation variable

Comme précédemment, les C(p,n) combinaisons possibles sont envisagées puis traitées séparément. Il s'agit de faire varier le taux de sédimentation, ou plutôt la durée pour un mètre de sédiments (exprimée en ka/m) de 0 à 100, et de retenir la durée/m qui produit le meilleur ajustement pour chacune des combinaisons. Dans l'esprit, la procédure ressemble beaucoup à celle décrite par Meyers et Sageman (2007), où seul le taux de sédimentation variait, alors que l'ajustement aux différentes combinaisons était progressif.

### L'utilisateur a le choix entre trois critères d'optimisation:

1. Minimiser la somme des écarts au carré entre fréquences théoriques et mesurées 2. Minimiser la somme de la valeur absolue des écarts entre fréquences théoriques et mesurées 3. Minimiser la valeur absolue de l'écart maximal entre fréquences théoriques et mesurées

Quand l'écart est inférieur à la résolution, il est considéré comme nul. Les solutions sont ensuite classées par ordre croissant de mérite (cf. Fig 6)

> RGui (64-bit) - [R Console] 🕻 Fichier Edition Voir Misc Packages Fenêtres Aide

Le critère d'optimisation retenu consiste à minimiser la somme des carré des différences, termes à termes. Les calculs sont réalisés pour les 56 combinaisons, qui sont ensuite classées par ordre croissant de qualité (Fig. 4).

🧟 Fichier Edition Voir Misc Packages Fenêtres Aide	_ 6
2 d i i i i i i i i i i i i i i i i i i	
20.1 URM U-00 U-07110501400140000 U120 F20F20 U00 1070F0 U40 510200	
20, ] "E" "2" "03" "0.0/2135014201900" "132.30930" "33.13/25" "42.31909"	
ZI, "E" "02" "F2" "0.004230101/332010" "132.30300" "33.32210" "26.30334" 21.1 E" Noal Hold Hold Hold Hold Hold I Effect Hold Antonia Hold 13291	
22,] E US EL U.UESIUESIUE/IS IS2.3556 20.1035 31.1/323	
20,1 "E" "CL" "CL" "CL" "C.000310320303303" "132.30330" "121.0000/" "J.0370" 21 1 "E" "CL" "CL" "CL" "C.00110370320303303" "132.30330" "121.0000/" "J.0370"	
21, ] E 101 F2 0.051132/22230001 132.0530 33.00233 20.00391	
25, ] E US F2 0.0301305/2006050 152.0350 20.1035 20.0057	
20, 1 "U2" "U3" "F2" "U.UT97/U137U03110" "15.1535" "20.1037" "20.5039" 20, 1 "U2" "U3" "F2" "U.UT97/U137U03110" "15.1535" "20.1037" "20.5039"	
27,1 "02" "F1" "F2" "0.04502210231193250" "13.13330" "21.27431" "20.30394" 20 1 WEW North Winth Win Antonyactorostati Miaa Secoci Na 2012(N Maa 1920)	
20) E 02 FI 0.0T/0T0/0/050531 122.0550 T3.32210" "34.1323" 21 Heff Half Half Ala Afababababababa Higg tabler Higg tabler Hal tabler	
27,] "L" "UI" "UI" "U.YU21081350UU300" "J32.00230" "33.00233" "12.3105"	
30, ] E UZ UI U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.U.	
31, TU	
32,] "22" "02" "01" "0.03101533413/0202" "31.03030" "33.3220" "37.0370"	
33, ] E E UI 0.039500035101310 IJ2.0350 53.1373 37.0370	
31,) "22 "U2" "72" "U.330/3303/3313100" "31.03000" "33.33210" "26.30331"	
30,] "EL" "FL" "FZ" "0.0309302203903050" "10.02130" "21.2731" "20.3033"	
30,] E E U2 0.0300/272003002 132.0300 121.0000/ /2.31335	
37, 1 - 02 - 03 - 0.03191003300330 - 132.30300 - 13.32210 - 12.31305 - 90 1	
56, ] E1 02 F2 0.0251F5000020200 T0.0255 T0.05210 20.0055	
57, 52 F1 F2 0.020000000001 51.05000 21.2101 20.0051	
TU, J = 22 - 02 - FI - 0.023020131031/101 - 31.09030 - 13.03210 - 31.1/323 - 10 J = 41 - 401 - 401 - 4010201720020172000 - 401031 - 402 471001 - 404 107304	
TT, ET 05 FT 0.025711500072500 T0.0253 20.7055 511752	
12/3 1 02 01 0.010002201300022 10.02133 13.32210 37.0370	
13, ] E E E 0.0101160230000012 132.0350 50.10723 72.51055	
1, 1 = 2 = 1, 2 = 1, 3 = 1, 0, 154, 0154,	
TO, J EL DZ FI D. DIDEDDOUZIEDIO TO DZ 255 TO DZ D TITZZ TO J EL DZ FI D. DIDEDDOUZIEDIO TO TO DZ DZ TITZZ D TITZZ D TITZZ D	
1/, 1 C1 C2 0.01050522/1305011 102:0500 12:0000 11:0000	
10, 1 c1 c1 c2 c. c10, c10, c10, c10, c10, c10, c21, c10, c20, c10, c20, c10, c10, c10, c10, c10, c10, c10, c1	
50, 1 1 101 12 0.00050051005001 10.0015 20.0051 20.0051	
57, 1 4, 1 4, 1 4, 1 4, 1 4, 1 4, 1 4, 1	
52, 1 = 0 = 0 = 0.0000000000000000000000000	
57, C2 00 12 0.00222/0720100107 01:05000 20:17039 20:00031	
51, 62, 61, 61, 60, 60, 72, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60, 60	
56 1 %1 %2% %0 01501503042017 %40 5103% %45 3016% %42 51060%	

Fig. 4: 56 combinaisons possibles classées par ordre croissant de qualité, somme des différences au carré (notre critère d'optimisation, noté par la suite inadéquation), rapports périodes théoriques / périodes mesurées pour chacun des 3 pics.

La qualité d'ajustement des 56 solutions peut être obtenue graphiquement grâce à la commande plotajust, tandis que les durées moyennes par mètre et leur intervalle de confiance à 95% s'obtient à l'aide de la fonction plotsedim (cf Fig. 5). Sur simple requête de l'utilisateur, les calculs sont opérés à partir de la demie matrice inférieure ou supérieure (Figs. 5A & 5B). Une autre fonction, non présentée ici et basée sur le pseudo-maximum de vraisemblance, permet de prendre en compte les incertitudes sur la position des pics. Quand le nombre de pics est supérieur ou égal à 4, l'utilisateur a accès à une option de pénalisation.

Bien que l'on note d'importantes différences selon les approches, le tiercé gagnant est soit: e1o2o3e101P1-e201P1, soit e10203-e10103-e201P1. Les inadéquations de ces trois meilleures solutions étant très semblables, il aurait été bien difficile d'identifier la meilleure combinaison à l'oeil nu. Fort heureusement, elles fournissent des durées par mètre comparables.



Fig. 5 : (A) Inadéquation et durée moyenne pour un mètre de sédimentation considérant la demie matrice inférieure. (B)

Même chose pour la demie matrice supérieure.

[20,] '	"E" "e	2" "01	" "0.275128998968008"	"67"	"0.002" "0.011" "0.027"
[21,] '	"e1" "e	2" "01	" "0.275128998968008"	"67"	"0.008" "0.011" "0.027"
[22,] '	"E" "o	2" "P2	" "0.26764917630119"	"33"	"0.002" "0.022" "0.055"
[23,] '	"e1" "o	2" "P2	" "0.26764917630119"	"33"	"0.008" "0.022" "0.055"
[24,] '	"e2" "o	2" "P2	" "0.26764917630119"	"33"	"0.011" "0.022" "0.055"
[25,] '	"E" "P	L" "P2	" "0.263134711361662"	"26"	"0.002" "0.046" "0.055"
[26,] '	"02" "0	L" "P2	" "0.255821105506322"	"27"	"0.022" "0.027" "0.055"
[27,] '	"E" "o	L" "P2	" "0.248319896546847"	"32"	"0.002" "0.027" "0.055"
[28,] '	"E" "o	3" "P2	" "0.248319896546847"	"32"	"0.002" "0.037" "0.055"
[29,] '	"E" "o	3" "P1	" "0.245850760744378"	"33"	"0.002" "0.037" "0.046"
[30,] '	"e1" "e	2" "02	" "0.243550051599587"	<b>"</b> 70 <b>"</b>	"0.008" "0.011" "0.022"
[31,] '	"E" "o	2" "P1	" "0.231035945929563"	"39"	"0.002" "0.022" "0.046"
[32,] '	"E" "o	L" "P1	" "0.231035945929563"	"39"	"0.002" "0.027" "0.046"
[33,] '	"E" "o	L" "o3	" "0.221159402719686"	"43"	"0.002" "0.027" "0.037"
[34,] '	"o2" "o	3" "P2	" "0.212624561229864"	"25"	"0.022" "0.037" "0.055"
[35,] '	"o2" "P	L" "P2	" "0.212624561229864"	"25"	"0.022" "0.046" "0.055"
[36,] '	"E" "o	2" "o3	" "0.208813723707341"	"48"	"0.002" "0.022" "0.037"
[37,] '	"e2" "o	2" "ol	" "0.208682931027064"	"50"	"0.011" "0.022" "0.027"
[38,] '	"E" "o	2" "ol	" "0.193998908892526"	"54"	"0.002" "0.022" "0.027"
[39,] '	"e1" "P	L" "P2	" "0.193587679993039"	"25"	"0.008" "0.046" "0.055"
[40,] '	"e2" "P	L" "P2	" "0.193587679993039"	"25"	"0.011" "0.046" "0.055"
[41,] '	"e1" "o	2" "P1	" "0.17634892412642"	"38"	"0.008" "0.022" "0.046"
[42,] '	"e2" "o	2" "P1	" "0.17634892412642"	"38"	"0.011" "0.022" "0.046"
[43,] '	"e1" "o	3" "P1	" "0.167755991285403"	"31"	"0.008" "0.037" "0.046"
[44,] '	"e2" "o	3" "P1	" "0.167755991285403"	"31"	"0.011" "0.037" "0.046"
[45,] '	"e1" "o	2" "ol	" "0.154038122283895"	"52"	"0.008" "0.022" "0.027"
[46,] '	"E" "e	2" "o2	" "0.148813209494324"	"79"	"0.002" "0.011" "0.022"
[47,] '	"e1" "o	L" "P2	" "0.137904032714143"	"31"	"0.008" "0.027" "0.055"
[48,] '	"e2" "o	L" "P2	" "0.137904032714143"	"31"	"0.011" "0.027" "0.055"
[49,] '	"e1" "o	L" "o3	" "0.112504018000643"	"40"	"0.008" "0.027" "0.037"
[50,] '	"e2" "o	L" "o3	" "0.112504018000643"	"40"	"0.011" "0.027" "0.037"
[51,] '	"e2" "o	2" "o3	" "0.104246705142562"	"41"	"0.011" "0.022" "0.037"
[52,] '	"e1" "o	3" "P2	" "0.0936819172113289"	"29"	"0.008" "0.037" "0.055"
[53,] '	"e2" "o	3" "P2	" "0.0566448801742919"	"28"	"0.011" "0.037" "0.055"
[54,] '	"e1" "o	2" "o3	" "0.0516664549189004"	"43"	"0.008" "0.022" "0.037"
[55,] '	"e1" "o	L" "P1	" "0.0453016217584942"	"35"	"0.008" "0.027" "0.046"
[56,] '	"e2" "o	L" "P1	" "0.0410888104057197"	"35"	"0.011" "0.027" "0.046"

Fig. 6: 56 combinaisons possibles classées par ordre croissant de qualité, valeur de l'écart maximal entre fréquences théoriques et fréquences mesurées, meilleure durée en ka par mètre de sédimentation pour la combinaison envisagée, et fréquences théoriques de la combinaison (par exemple, 1/95 pour e2 = 0.011).



Fig. 5 : (A) Inadéquation et durée moyenne pour un mètre de sédimentation considérant le critère 3 d'optimisation (méthode min-max).

Les solutions e201P1-e101P1-e10203 sont toujours parmi les meilleures, mais dans un ordre différent de celui obtenu par la méthode des rapports de fréquences (ou de périodes).

Plusieurs fonctions graphiques incorporées au package R permettent entre autres de comparer les

# BIOGÉ

Artehis

### Bibliographie

Hays et al. (1976) Science 194, 1121-1132.

Laskar et al., (2004) Astronomy and Astrophysics, 428, 261-285.

Martinez et al., (soumis à Cretaceous Research).

Mayers et Sageman (2007) American Journal of Science, 307,773-792.

rangs (ordres de mérite) calculés suivant les différentes méthodes.

### 4. Conclusions

L'identification des cycles de Milankovitch dans les séries sédimentaires est loin d'être une tâche triviale, même si les spectres calculés sont clairs. L'application de la méthode *classique* des rapports de fréquences s'avère beaucoup plus ambiguë que généralement acceptée, et nécessite un traitement statistique à la hauteur des efforts importants entrepris pour le reste de l'analyse. Il existe plusieurs critères d'optimisation, et celui retenu devrait être au moins mentionné dans la littérature spécialisée, ce qui n'est pas toujours le cas.

Nous proposons plutôt d'envisager plusieurs options à l'aide du package R (qui sera proposé à la communauté courant 2012), et de comparer les résultats afin de voir si une solution optimale se dégage systématiquement. Si ce n'est pas le cas, mais si un groupe de solutions fournit des durées comparables, comme dans l'exemple traité ici, la meilleure approche pourrait consister à moyenner les durées calculées pour ce groupe afin de minimiser les erreurs liées à la sélection d'une combinaison en particulier.